弾塑性多層建物に対する同調慣性質量ダンパーの最適設計とロバスト性評価

京都大学大学院　中田　峻

1.　序

近年、高層建物の損傷制御や居住性の向上を目的として、制振構造を採用する事例が多くみられる。その中でも回転増幅機構によって実現される慣性質量ダンパーは、小型ながら大きな質量効果を発揮することが確認されており [1]、履歴系・粘性系ダンパーとは異なる力学特性に着目した多くの研究が展開されている。斎藤らは、慣性質量要素と粘性要素を並列に配置し、適切な剛性を有する支持部材と直列に接続した同調型の慣性質量ダンパー（以下、TIMD）を提案した [2]。TIMD は建物の固有周期にダンパーを同調させ、ダンパーのストロークを拡大することで、高い減衰効果の付与を目指したデバイスである。TIMD 制振システムについては、応答低減効果や制振効率に関する有効性が示されているが、大地震時の弾塑性応答特性や種々のパラメターの不確定性下での応答特性は十分に把握されていない。

本研究では、TIMD 付き弾塑性構造物の定量的な応答特性の把握を目的として、入力をインパルス列に置換して解析を行う。一般に、同調質量系ダンパーの性能は建物の固有周期に強く依存することが知られている [3]。上述の入力置換を行うことで、等価線形化法で要求される構造モデルの置換が不要となり、大振幅地震動に対しても正確な弾塑性共振周期の同定が可能となる。その特徴を活かし、新たに弾塑性建物に対する TIMD の最適設計法とロバスト性評価法を提案する。

2.　マルチインパルスと等価な正弦波

速度波形が調和波で表現可能な長周期長時間地震動は、マルチインパルス（以下、MI）によって高精度で近似可能であることが知られている [4]。MI と等価な正弦波（図 1）はそれぞれ次式で与えられる。

$$\ddot{u}_g^{MI}(t)=\sum_{i=1}^{N}(-1)^{i-1}V\delta\left(t-(i-1)t_0\right) \tag{1}$$

$$\ddot{u}_g^{SW}(t)=A_l\sin\omega_l t\ \left(0\le t\le 0.5NT_l=Nt_0\right) \tag{2}$$

ここで、$V,\ N$ はそれぞれ MI の入力速度レベルと入力回数、t_0 はインパルス時間間隔を表す。$A_l, T_l\left(=2t_0\right)$ はそれぞれ正弦波の加速度振幅と周期（円振動数は $\omega_l=2\pi/T_l$）を表す。これらの入力レベルは加速度フーリエ振幅の最大値が等価となる条件から、次式で関係づけられる。

$$V_l=A_l/\omega_l=\left(2/\pi\right)V \tag{3}$$

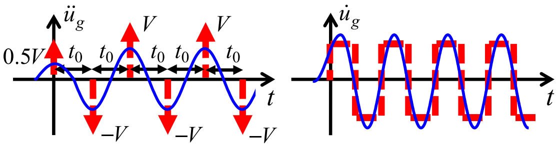


図 1　 MI と等価な正弦波

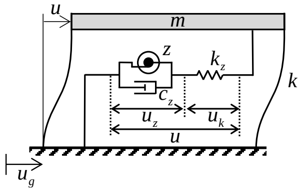


図 2 解析モデル

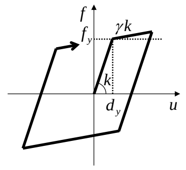


図 3 復元力特性

3.　TIMD 付き弾塑性系の極限応答と最適化

3.1　解析モデル

TIMD 付き弾塑性非減衰 1 自由度系を扱う（図 2）。建物の質量、弾性剛性をそれぞれ m, k、TIMD の慣性質量、減衰係数、支持部材剛性をそれぞれ z, c_z, k_z で表す。また、建物の降伏変位と降伏耐力をそれぞれ d_y, f_y、初期剛性に対する降伏後剛性の比（2 次剛性比）を γ で表す（図 3）。建物の地表面に対する相対変位、慣性質量の変形、地動変位をそれぞれ u, u_z, u_g で表す。この振動系は 2 自由度系であり、建物の質量 m で除して無次元化すれば、弾性時の振動方程式は次式で表現できる。

$$\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \mu\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{u}\\ \ddot{u}_z\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 2\mu\beta h_z\omega_0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{u}\\ \dot{u}_z\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}(1+\mu\beta^2)\omega_0^2 & -\mu\beta^2\omega_0^{\ 2}\\ -\mu\beta^2\omega_0^2 & \mu\beta^2\omega_0^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u\\ u_z\end{Bmatrix}=-\begin{Bmatrix}1\\ 0\end{Bmatrix}\ddot{u}_g \tag{4}$$

ここで、(4)式中の諸量は次式で表される。

$$\omega_1=\sqrt{\frac{k}{m}},\ \mu=\frac{z}{m},\ \beta=\frac{\omega_z}{\omega_1},\ \omega_z=\sqrt{\frac{k_z}{z}},\ h_z=\frac{c_z}{2\sqrt{zk_z}} \tag{5}$$

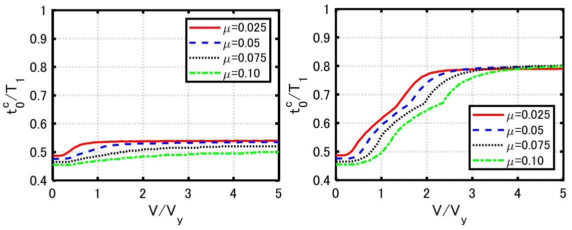
$$k_z=z\left(\beta\omega_1\right)^2,\ c_z=2h_z\beta\omega_1 z \tag{6}$$

定点理論により、TIMD の弾性系に対する最適設計解は、質量比 μ の関数として導かれる [2]。

$$\beta^{FP}=\frac{1}{\sqrt{1-\mu}},\ h_z^{FP}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\mu}{2-\mu}} \tag{7}$$

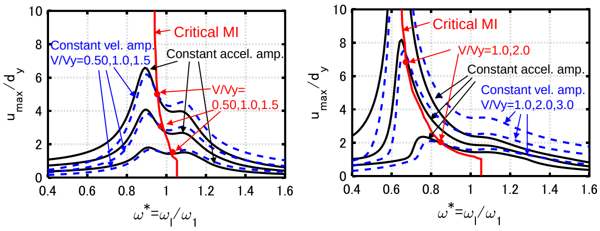
3.2　極限応答特性

系（図 2）への入力エネルギーは、層せん断力が 0 となる時間間隔 t_0^c（極限的タイミング）で入力されるインパルスにより最大化される。また、そのような MI を極限的 MI と呼ぶ。極限的 MI を入力した際の解析モデルの応答特性を評価する。図 4 に $T_1=1.0\sec\left(=2\pi/\omega_1\right)$，$d_y=0.04\,\mathrm{m}$，$\gamma=0.90$, $\tan\left(\pi/8\right)$、質量比 μ =0.025~0.10 とした際の、入



(a)　$\gamma = 0.90$　　(b)　$\gamma = \tan(\pi/8) \simeq 0.41$

図 4　入力速度レベルと共振周期の関係



(a)　$\gamma = 0.90$　　(b)　$\gamma = \tan(\pi/8) \simeq 0.41$

図 5　極限的 MI に対する最大変位応答と
弾塑性共振曲線の比較

力速度レベル V/V_y と極限的インパルス時間間隔 t_0^c/T_1（弾塑性共振周期）の関係を示す。ここで、$V_y = 0.25\,\mathrm{m/s}\left(=\omega_1 d_y\right)$ とする。図 4 より、$\gamma = \tan(\pi/8)$ よりも $\gamma = 0.90$ の方が t_0^c/T_1 は収束が早く、μ が大きいほど V/V_y の増加に対して t_0^c/T_1 は緩やかに収束している。以上より、線形弾性に近い範囲ではダンパーの同調性（制振効果）が保たれ、塑性化が抑制されると考えられる。一方、完全弾塑性に近い範囲では、ダンパーの同調性が崩れ、弾塑性共振周期が大きく変化している。

図 5 に 2 次剛性比 $\gamma = 0.90, \tan(\pi/8)$、質量比 $\mu = 0.05$ の場合における、極限的 MI に対する弾塑性定常応答変位 $u_{\max}/d_y$ と正弦波入力に対する共振曲線（加速度振幅一定および速度振幅一定）の比較を示す。$\gamma = 0.90$ の場合には、必ずしも $t_0 = t_0^c$ で応答は最大化していない。これはダンパーが同調することで効果的に作用しているためである。等価な正弦波を入力した場合にも同様であり、極限的 MI と等価な正弦波の応答は必ずしも ω^* に関して極大値ではないが、互いの応答は良好に対応していることが確認できる。一方で、$\gamma = \tan(\pi/8)$ の場合には、$t_0 = t_0^c$ で応答が概ね最大化していることが確認できる。

3.3　最適設計問題

図 2 のモデルに極限的 MI を入力した際の TIMD の最適設計解特性を考える。本ダンパーでは、減衰係数 c_z よりも支持部材剛性 k_z の方が応答に対する感度が高い傾向にあることから、設計変数を k_z として、建物の塑性率 $u_{\max}/d_y$ を最小化する最適化問題 $\min\limits_{k_z>0} u_{\max}$ を数値的に解く。この問題の解法アルゴリズムには、計算負荷の観点から応答曲面法

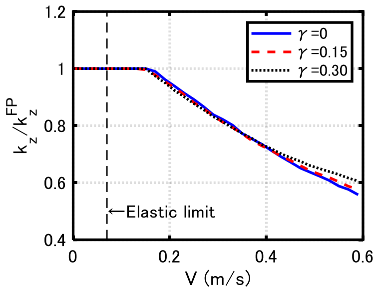


図 6　入力速度レベルと最適解の関係

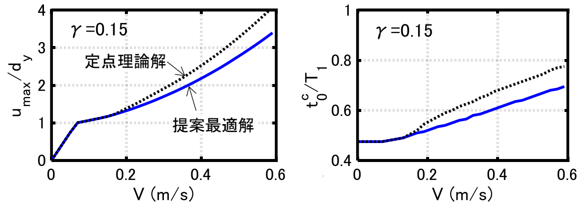


図 7　入力速度レベルと塑性率、共振周期の関係

（RSM）を採用し、応答空間を 3 次スプライン補間して最適解の探索を行う。

図 6 に、入力速度レベル V をパラメーターとして最適化した際の k_z/k_z^{FP}（定点理論解で基準化）、図 7 に、入力速度レベル V と塑性率 $u_{\max}/d_y$ の関係と入力速度レベル V と極限的インパルス間隔 t_0^c/T_1 の関係を示す（$\gamma = 0.15$）。図 6 より、塑性率の増加に伴って最適解 k_z は低下している。これは塑性化に伴い系が長周期化することによる影響である。また、2 次剛性比 γ に対する解の依存性はほとんど認められない。図 7 より、最適化によって塑性率は定点理論に比べて低下し、弾塑性共振周期は短くなっていることが確認できる。

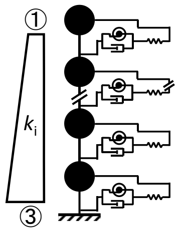
4.　ロバスト性評価

4.1　ロバスト性の定義

ロバスト性を定量的に評価する手法として、Ben-Heim の提唱するロバストネス関数を用いる [5]。ロバストネス関数は、ばらつきを考慮する不確定パラメーターの変動幅を α として、α を段階的に拡大し、応答上限値が性能クライテリアと一致した際の変動幅 $\hat{\alpha}$ の集合として表現される。ロバスト性解析は、パラメーターの変動区間を制約条件として制約条件下で応答上限値を探索する、一種の制約条件付き最適化問題に分類される。ここでは、対象ダンパーの性能変動に対するロバスト性を、次式に示す反最適化問題を解き、応答の上限値を推定することで評価する。

$$
\begin{aligned}
&\text{maximize } f(\mathbf{x}) \\
&\text{subject to } \mathbf{x} \in \mathcal{E}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

ここで、$\mathbf{x}(\geq 0)$ は第 i 層（$i = 1,\ldots,n$）のダンパー諸元 $\mathbf{x} = \left(z_i, c_{zi}, k_{zi}\right)^T$ を格納したベクトルとし、$\tilde{\mathbf{x}}$ はノミナルモデルにおけるダンパー諸元とする。$\mathcal{E}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha)$ は変動領域を与える不確定性集合であり、



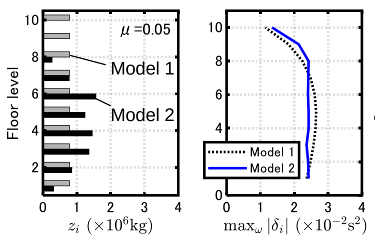


図 8 解析モデル　　図 9 ダンパー配置と伝達関数振幅

全てのパラメターが端部に変動する非現実的なダンパーの性能変動を避けるため、次式で定義する。

$$\mathcal{E}(\tilde{\mathbf{x}},\alpha)=\left\{\mathbf{x}\,\middle|\,\left\|\mathbf{x}/\tilde{\mathbf{x}}-1\right\|\le\alpha\right\},\ \alpha\ge 0 \tag{9}$$

ここで、$\|\cdot\|$はℓ^2 ノルムを表す。(9)式の不確定性集合は支持部材を含めた 1 基あたりのダンパー架構の性能変動幅を規定しているとも捉えられる。

4.2　解析モデル

解析モデルには、n=10 層せん断質点系を扱う（図 8）。非減衰 1 次固有周期を 1.2 sec、各層の質量を 400 ton（一様）、内部粘性減衰を 2%（初期剛性比例型）とする。ダンパーの 1 次有効質量比は μ=0.05, 0.10 とし、層方向のダンパー配置は全層同一ダンパー諸元とした Model 1 と、ダンパー総量に関する制約条件下で層間変位伝達関数の振動数と層方向に関する最大値を最小化する最適化問題を解いて得られる Model 2 とする。なお、Model 1, 2 に共通して、ノミナルモデルにおける各層のダンパー諸元 z_i, c_{zi}, k_{zi} の関係は、(6), (7)式によって関係づけられる。図 9 に Model 1, 2 のダンパー配置と層間変位伝達関数の最大振幅を示す（μ=0.05）。

4.3　線形弾性モデル

線形弾性モデルに対するダンパーのロバスト性評価を行う。性能指標として、目的関数は層間変位伝達関数 $\boldsymbol{\delta}(\omega)=\{\delta_1,\ldots,\delta_n\}^T$ の外乱の円振動数 ω および層方向に関する最大振幅とする。

$$f(\mathbf{x})=\max_{\omega,i}\left|\delta_i(\omega)\right| \tag{10}$$

図 10 に(8)式を数値的に解いて得られたダンパー諸元変動時のロバストネス関数を示す。最適化アルゴリズムには SQP 法を用いる。SQP 法は初期値依存性を有するため、一部の解については遺伝的アルゴリズムにより得られる解と比較し、誤差が十分小さいことを確認した。図 10 より、区間 $\hat{\alpha}\in[0,0.30]$ において、Model 1 と比較して、Model 2 ではノミナル応答とロバスト性がともに改善していることが分かる。また、質量比 μ=0.05 と μ=0.10 を比較すると、同区間内において、μ=0.10 の方が応答の変動幅が縮小しており、ロバスト性が高まっていると言える。図 11 に応答の上限値(最悪応答)を与えるダンパーパラメターの比較を示す(μ=0.05)。図 11 中のダンパーパラメター番号

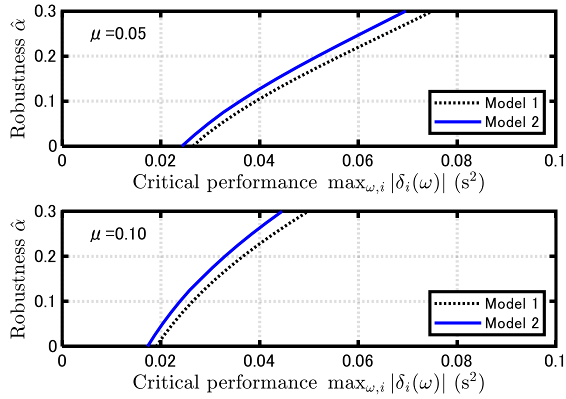
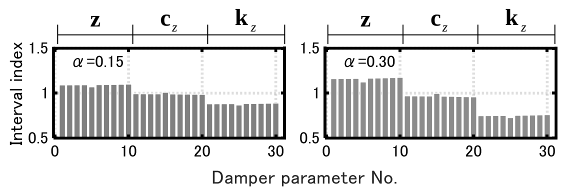
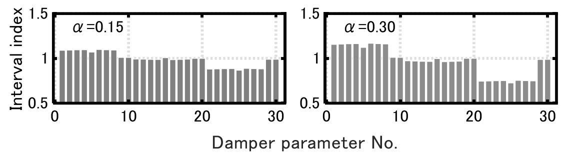


図 10　ロバストネス関数



(a)　Model 1



(b)　Model 2

図 11　応答上限値を与えるパラメター変動

（横軸）は、1,…,n 番目が慣性質量 z_i、n+1,…,2n 番目が減衰係数 c_{zi}、2n+1,…,3n 番目が支持部材剛性 k_{zi} の変動を表す。Interval index（縦軸）が 1 であれば変動が生じていないことを表す。図 11 より、応答の上限値を与えるダンパーパラメターは質量比およびダンパー配置に依らず同様のばらつき傾向を有することが分かる。いずれのモデルについても慣性質量が増加し、減衰係数はほぼ変動せず支持部材剛性が減少しており、ダンパーの固有円振動数が低下していることが分かる。

4.4　弾塑性モデル

次に、弾塑性モデルに対する対象ダンパーのロバスト性評価を行う。4.2 節に示した 10 層せん断質点系の復元力特性をバイリニア型とし、降伏層間変形角 1/150 rad と 2 次剛性比 0.05 を設定したモデルを扱う。入力は、2 節に示した極限的 MI（V=0.40 m/s, N=8）とする。(8)式を弾塑性モデルに適用するにあたり、目的関数は次式に示す累積塑性ひずみエネルギー W_p とする。

$$W_p=\int_0^{t_d}\dot{\mathbf{u}}^T\mathbf{f}\,dt \tag{11}$$

ここで、$\dot{\mathbf{u}}$ は建物の相対速度ベクトル、$\mathbf{f}$ は建物の復元力ベクトル、t_d は地震動の継続時間を表す。累積エネルギー量は特に繰り返し特性を有する地震動に対する構造体の損傷を評価する上で重要な

役割を果たす[6]。

図 12 に弾塑性モデルを対象とした際のロバストネス関数を示す。図 12 より、μ=0.10 の一部区間を除き、Model 2 の方が大きなロバスト性を有することが確認できる。これは、ノミナル応答を最小化する配置を行うことで、諸元変動時に応答が卓越する層にあらかじめ多くのダンパーを配置しているためである。

図 13 に定常応答における建物の復元力-層間変位関係（第 1 層）を示す。同図より、ダンパー諸元がノミナル値($\alpha=0$)の場合には応答がほぼ弾性域に留まっているのに対し、$\alpha=0.30$ では塑性率が 1.5 程度生じており、構造体の降伏による大きな履歴消費が生じている。

図 14 に応答の上限値を与える建物パラメターの比較を示す(μ=0.05)。図 14 より、パラメターは一部の層で例外的な挙動を示すものの、全体としては慣性質量が増加し、支持部材剛性が低下する傾向を呈する。この傾向は線形弾性モデルにおけるパラメター変動傾向と良好に対応している。

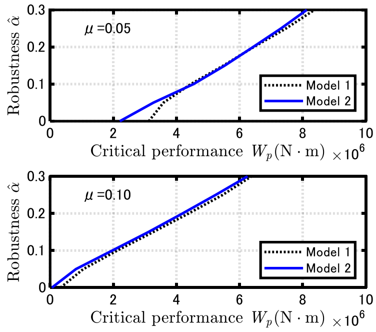


図 12　ロバストネス関数

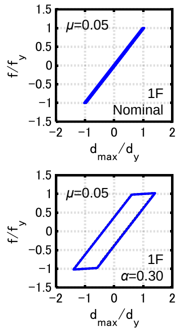
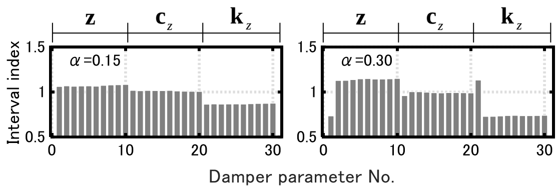
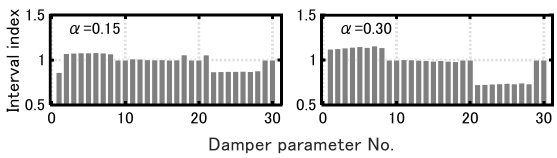


図 13　履歴



(a)　Model 1



(b)　Model 2

図 14　応答上限値を与えるパラメター変動

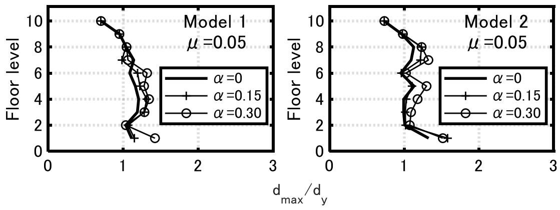


図 15　塑性率分布

図 15 に α ごとの塑性率分布を示す(μ=0.05)。図 15 より、ノミナルモデルにおけるダンパー配分量が少ない Model 2 の第 1 層でやや応答が卓越しているが、ダンパー配置による層方向の塑性率分布に大きな差はなく、層方向に概ね一様な応答を示している。図 12 に示した累積塑性ひずみエネルギー W_p などの累積値は大きく変動している一方で、図 15 の塑性率などの最大値の変動は限定的である。これは、定常応答を評価しているためであり、最大変形のみから構造体の損傷を過小評価することのないように留意する必要がある。

5.　結論

本研究では、極限的マルチインパルス（MI）を用いた極限解析により、同調慣性質量ダンパーを有する弾塑性系に対して、等価線形化によらない新たな設計法を提案した。従来の等価線形化法と定点定理を組み合わせた手法では、①入力レベルに応じて等価な建物モデルを再構築する必要がある、②等価粘性減衰の付与により建物の振動特性が変化するという問題があり、繰り返し計算による過大な計算負荷と解析モデルの信頼性に問題があった。本研究では、この問題に「入力の置換」による全く新しい手法でアプローチし、計算負荷の劇的な低減と非線形モデルの正確な応答評価に基づく最適化を実現した。さらに提案手法を、弾塑性多質点系を対象とした反最適化問題（anti-optimization）へ拡張したロバスト性評価法を提案した。施工誤差や経年劣化によるダンパー性能の変動を考慮した不確定性解析を実行し、構造体に塑性化が生じるような共振的な長周期地震動の入力を受けた際の最悪な性能変動を明らかにした。

参考文献

1) Smith, M. C. (2002). Synthesis of mechanical networks: the Inerter, *IEEE Trans. of Automatic Control*, 47(10), 1648-1662.
2) 斉藤賢二, 栗田哲, 井上範夫 (2007). 慣性接続要素を利用した線形粘性ダンパーによる一質点構造の最適応答制御と Kelvin モデル化手法に関する考察, 構造工学論文集, Vol.53B, pp.53-66
3) 中田峻, 藤田皓平, 竹脇出 (2022). 長周期長時間地震動を受ける 1 層弾塑性建築構造物に対する慣性質量ダンパーの最適設計, 日本建築学会構造系論文集, 第 87 巻, 第 801 号, pp.1028-1035
4) Kojima, K. and Takewaki, I. (2017). Critical steady-state response of single-degree-of-freedom bilinear hysteretic system under multi impulse as substitute of long-duration ground motion, *Frontiers in Built Environment*, 3: 41.
5) Ben-Heim, Y. (2006). Info-Gap Decision Theory: Decisions Under Severe Uncertainty (2nd ed.), *Academic Press*
6) 日本建築学会 (2009). 建築物の耐震性能評価手法の現状と課題 -限界耐力計算・エネルギー法・時刻歴応答解析-