

1. 序

制振構造において、粘性系のダンパーは小振幅から大振幅変形まで有効な制振ダンパーである。建物応答の効率的な低減は経済性の観点から重要であり、ダンパーの最適配置に関する研究はこれまでに多数存在する^[1]。

一方、不確かな地震動を扱う方法として、極限外乱法（建物応答を最大化する入力を用いる方法）が存在する^[2]。ダンパー最適配置問題に極限外乱法を適用すると地震応答の上限値が確実に低減可能であるため、信頼性の高い合理的な方法であるといえる。しかし、弾塑性多層構造物に対して極限外乱を見出すことは、弾塑性時刻歴解析を伴う多くの繰り返し計算を要するために困難である。さらに、ダンパーの付加（減衰の付加）によりモデルパラメーターが変更されると、極限外乱もそれに伴って変化するため、計算負荷が過大となる。

本研究では、弾塑性構造物に対して極限的タイミングを見出すことが可能なダブルインパルスを用い、多層モデルに対する粘性ダンパー最適設計法を展開する。

2. ダブルインパルスと極限的入力タイミング

断層近傍地震動を模擬したダブルインパルス^[3]の地動加速度は、ディラックのデルタ関数 $\delta(t)$ を用いて(1)式のように表される (Fig. 1)。

$$\ddot{u}_g(t) = V\delta(t) - V\delta(t - t_0) \quad (1)$$

ここで、 V, t_0 はそれぞれ入力速度、2つのインパルスの時間間隔を表す。モデルへの入力エネルギーは、 t_0 すなわち第2インパルスの入力タイミングに依存するため、本研究では V 一定の下で、入力エネルギーを最大化する入力タイミングを極限的入力タイミングと定義する。

N 層建物モデルに対する極限的入力タイミングを導く。ここで m_i, c_i, f_i, u_i はそれぞれ、第 i 層の質量、減衰係数、復元力、質点 m_i の水平変

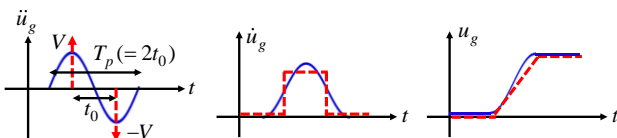


Fig. 1 ダブルインパルス

位を表す。第2インパルスによるモデルへの入力エネルギー E は(2)式のように表される。

$$E = \sum_{i=1}^N 0.5m_i\{(\dot{u}_i + V)^2 - \dot{u}_i^2\} = \sum_{i=1}^N \{m_i\dot{u}_i V + 0.5m_i V^2\} \quad (2)$$

(2)式より、 $\sum_{i=1}^N m_i \dot{u}_i$ が最大となるとき E も最大となる。 $\sum_{i=1}^N m_i \dot{u}_i$ は第2インパルス入力直前における各質点の運動量の総和を表し、 E が極値を取る条件は、 $\sum_{i=1}^N m_i \ddot{u}_i$ すなわち慣性力の総和が0となる場合である。慣性力の総和は第1層の層せん断力 $F_1 = c_1 \dot{u}_1 + f_1$ に等しいため、極限的入力タイミングの条件は $F_1 = 0$ として得られる。この条件は簡潔に表されるため、極限的入力タイミングを時刻歴応答解析中に繰り返しを伴わずに見出すことが可能である。Fig. 2 に第1インパルスにより自由振動状態にある多自由度モデルの F_1 の時刻歴、及び第2インパルスの入力タイミングを連続的に変化させたときの E を例示する。以降では、極限的入力タイミングで第2インパルスが入力されるダブルインパルスを極限的ダブルインパルスと呼ぶ。

3. ダンパー最適配置問題

2つのアルゴリズムの組み合わせによるダンパー最適配置法を示す。弾塑性問題に対処するため、時刻歴解析と数値感度解析による探索を行う (Fig. 3)。

<Algorithm 1: Rapid reduction algorithm>

- Step 1 初期モデル（付加減衰0）に対して極限的ダブルインパルスを入力、各層の最大層間変形を計算。カウンター $j \rightarrow 0$ とする。
- Step 2 $d_{\max,i}^j \geq d_{\text{target},i}$ となる層 i に対して第 i 層のみ減衰係数を Δc 付加したモデルを作成。

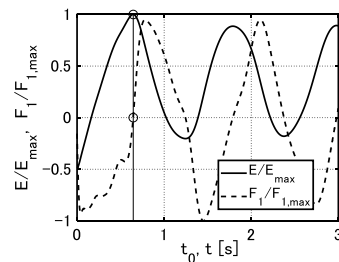


Fig. 2 第1層の層せん断力時刻歴と入力エネルギー

極限的ダブルインパルスを入力し、減衰を付加した層のみを対象とした感度 $s_i^j = d_{\max,i}^j - d_{\max,i}^{j+1}$ を計算。

Step 3 s_i^j の最も大きい i に対して、 $c_i \rightarrow c_i + \Delta c$ のようにモデルを更新。得られたモデルがすべての層 i に対して $d_{\max,i} \leq d_{\text{target},i}$ を満たせばこのアルゴリズムを終了し、Algorithm 2 へ進む。そうでなければ $j \rightarrow j+1$ とし、Step 2 へ戻る。

<Algorithm 2: Uniform reduction algorithm>

Step 4 目的関数を $f = \sum_{i=1}^N d_{\max,i}$ に変更する。第 i 層のみに減衰係数を Δc 付加したモデルを N 個作成。それぞれのモデルに対して極限的ダブルインパルスを入力し、 $f_i^j - f^j$ を計算。

Step 5 $f_i^j - f^j$ の最も大きい層 i に対して、 $c_i \rightarrow c_i + \Delta c$ のようにモデルを更新。 $j \rightarrow j+1$ とし、 f^j も更新。 $\Delta c \cdot j = \mathbf{c}_{\text{add}}^T \cdot \mathbf{1}$ ならばアルゴリズムを終了し、 $\Delta c \cdot j < \mathbf{c}_{\text{add}}^T \cdot \mathbf{1}$ ならば Step 4 へ戻る。

提案手法は、まず大きく塑性化する層に対して減衰係数を付加し、その後、各層の層間変形を全体的に低減するように減衰を配置するアルゴリズムである。また、目的関数を最大層間変形の総和と定義することにより、相異なる複数の層で層間変形が等しい場合に感度が停滞する現象を回避している。

4. ダブルインパルスプッシュオーバー (DIP)

ダンパー最適配置アルゴリズムにおける極限的ダブルインパルスの入力速度の決定法として、Cornell らによる動的プッシュオーバー

(IDA) の概念を極限的ダブルインパルスに拡張する (DIP)。DIP 実行の手順を以下に示す。

- 1) 初期モデルの最大層間変形の値を指定。
- 2) 初期モデルに対して DIP (入力速度を漸増させた時刻歴応答解析) を実行。ただし、第 2 インパルスは入力速度に応じて極限的なタイミング (前述) で入力。最大層間変形が指定値を上回る入力速度を探索。
- 3) 最大層間変形の推移を描く。塑性変形特性 (特定の層における塑性変形の集中など) を考慮し入力速度を決定。

IDA は多数の記録地震波のレベルを漸増させた非線形時刻歴解析により、地震動の不確定性を考慮しつつ、構造物の性能評価・耐震設計を行う手法である。これに対して、DIP は常に極限的な入力を扱う。

DIP の適用例及びモデル諸量を Fig. 4 に示す。非減衰 1 次固有周期を 1.2s、構造減衰を 0.01 (剛性比例型)、各層等質量、各層高さ 4m、降伏変位を 4/150m とし、完全弾塑性型復元力特性を有する 12 層建物モデル (Fig. 4(a), (b)) を扱う。剛性分布は第 1-4 層、第 5-8 層、第 9-12 層の剛性がそれぞれ一定で、その比率は 2:1.5:1 である。仮に最大層間変形の指定値を降伏変位の 4 倍とすれば、 $V=0.8[\text{m/s}]$ でこれを越えることが分かる。第 1, 5, 9 層に塑性変形が集中し、パルス性入力に対してこれらの層が相対的に弱いことが分かる。

5. 数値例題

Problem 3 の数値例題を示す。 $V=0.84[\text{m/s}]$ とし (DIP により決定)、層間変形の目標値 d_{target} を全層で降伏変位に等しくしてアルゴリズムを

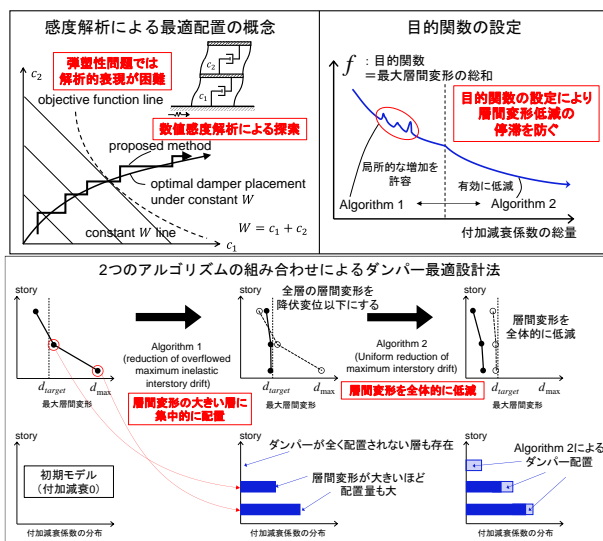


Fig. 3 ダンパー最適化アルゴリズムの概要

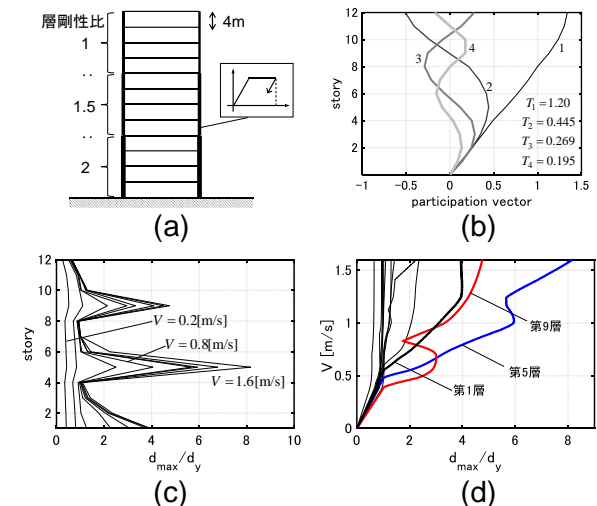


Fig. 4 Double Impulse Pushover (DIP)の適用例

適用した結果を Fig. 5 に示す。ただし 1 step 当りの付加減衰係数は 5.85×10^6 [Ns/m] とし、全 100step の感度解析による配置を行った。Fig. 5(a), (b) より、塑性変形の大きい層とそれに隣接する層に対して Algorithm 1 により集中的にダンパーが配置され、全層の最大層間変形が降伏変位以下になった後、Algorithm 2 により層間変形を全体的に低減できていることが分かる。

6. 伝達関数の振幅を目的関数とするダンパー配置

本節では、付加減衰分布の違いが弾塑性応答に与える影響を調べるため、提案手法及び他手法によるダンパー配置の比較を行い、ダブルインパルスによるダンパー最適配置に用いることの有効性を示す (Akehashi and Takewaki (2020)^[5])。

Takewaki (1997)^[6] は、層間変形の伝達関数の 1 次固有円振動数での振幅の総和を目的関数としたダンパー最適配置を提案している。この目的関数における円振動数の値として n 次固有円振動数を採用すれば、 n 次モードを抑制するダンパー最適配置に拡張可能である。第 l 層の層間変形の伝達関数を $\delta_l(\mathbf{c}_{add}, \omega)$ とすれば、これらの最適配置問題は以下のように表される。

$$\text{Minimize } f(\mathbf{c}_{add}, \omega_n) = \sum_{l=1}^N |\delta_l(\mathbf{c}_{add}, \omega)| \quad (n=1, \dots, N)$$

$$\text{Subject to: } \mathbf{c}_{add}^T \cdot \mathbf{1} = \text{const.}$$

以降ではこれらの最適解を n 次モードダンパー最適配置と呼ぶ。1-3 次モードダンパー最適配置及びダブルインパルスによる最適配置の概念と最適化過程において用いる入力を Fig. 6, 7 に示す。

7. 弾塑性応答における弾性高次モードの影響

層間速度応答を弾性時モードで展開する (参照座標系を弾性時モードに切り替える) ことで、弾性時及び弾塑性時における高次モードの寄与の度合いを調べる。

弾性時非減衰 n 次固有モード \mathbf{u}_n は互いに独立であり、任意の N 次元ベクトルは一意に \mathbf{u}_n に関して展開可能である。全質点の相対速度応答

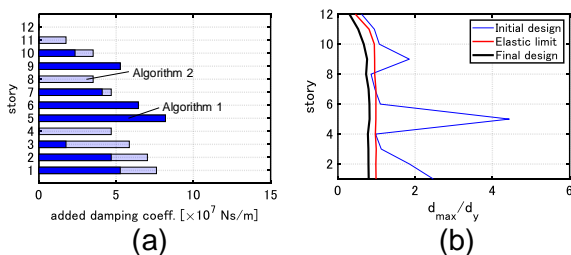


Fig. 5 アルゴリズム適用結果

$\mathbf{V}(t)$ を \mathbf{u}_n に関して展開し、固有モードの直交性を用いた式変形を行えば、 m 次モード速度応答 $\mathbf{u}_m \dot{q}_m(t)$ が得られる。

$$\mathbf{V}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n \dot{q}_n(t) \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_m^T \mathbf{M} \mathbf{V}(t) = \mathbf{u}_m^T \mathbf{M} \mathbf{u}_m \dot{q}_m(t) \Rightarrow \mathbf{u}_m \dot{q}_m(t) = \mathbf{u}_m \frac{\mathbf{u}_m^T \mathbf{M} \mathbf{V}(t)}{\mathbf{u}_m^T \mathbf{M} \mathbf{u}_m} \quad (4)$$

神戸大学波(1995)に対する層間速度応答の例を Fig. 8 に示す。弾塑性応答は PGA を弾性限の 3 倍として計算している。また、層間速度応答は最大値が 1 となるように基準化する。図中には層間速度の全応答と 1 次モード応答を示しており、全応答と 1 次モード応答の差が高次モード応答の総和を表す。図より、弾性時に 1 次モードが支配的であるが、弾塑性時には高次モードの寄与が大きくなっていることが分かる。弾塑性時には弾性時モード間でカップリングが生じるためであり、高次モードも考慮した付加減衰分布の弾塑性応答に対する有効性を示唆していると考えられる。

8. ダンパー配置の比較

付加減衰係数の総量を一定とした場合の各手法による付加減衰分布を Fig. 9 に、規準化された層間速度の伝達関数絶対値の総和 (n 次モ

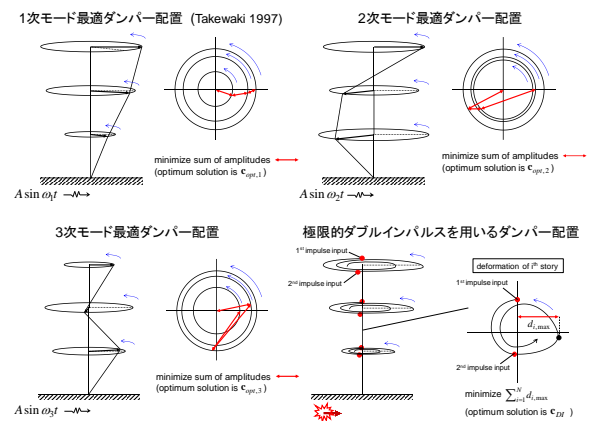


Fig. 6 各ダンパー最適配置の概念

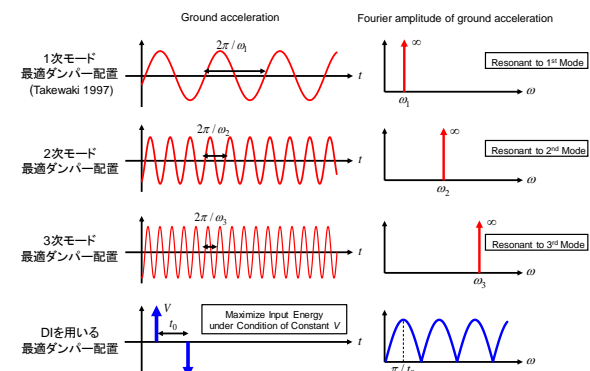


Fig. 7 最適化過程で用いる入力

ード最適配置は $\omega = \omega_n$ において最小値を取る) と IDA 実行結果(パルス波を中心に 10 波選択) を Fig. 10 に、1 次モード最適ダンパー配置及びダブルインパルスを用いる最適配置モデルの DIP 実行結果を Fig. 11 に示す。

Fig. 10(a)より、1-3 次モード最適配置と比較してダブルインパルスを用いる最適配置は幅広い振動数域で有効性の高い配置が得られていることが分かる。また Fig. 10(b)より、1 次モード最適配置は弾性限が最も高く、ダブルイン

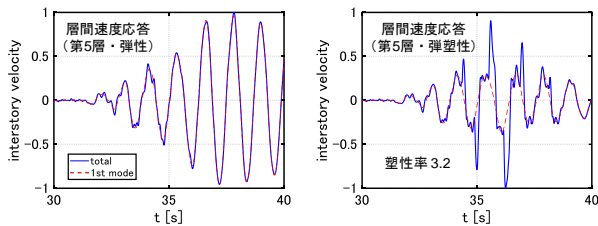


Fig. 8 層間速度応答の弾性モード展開

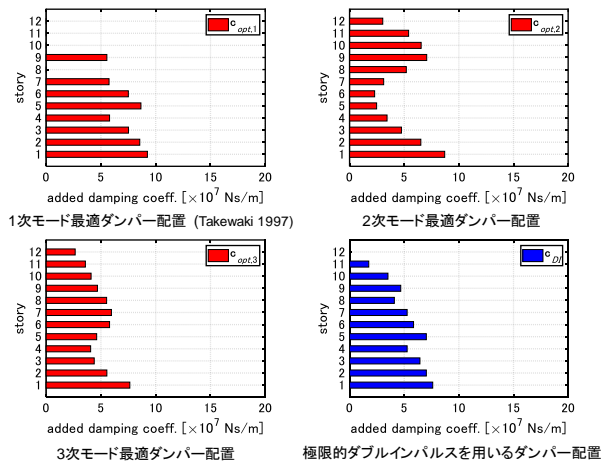


Fig. 9 種々の基準で最適化されたダンパー配置の例

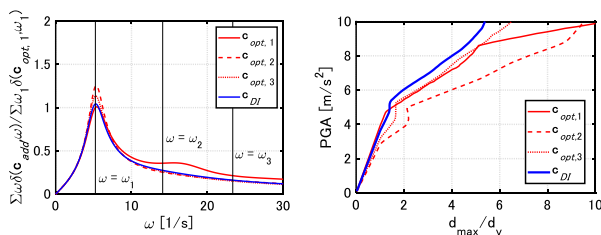


Fig. 10 層間速度伝達関数絶対値の総和と IDA の結果

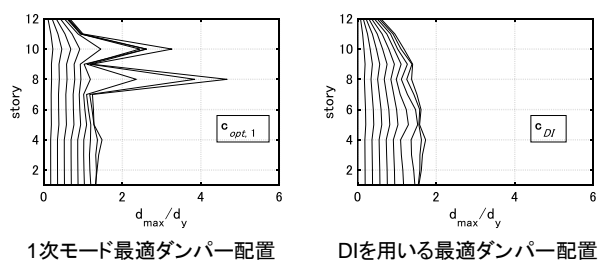


Fig. 11 DIP 実行結果

パルスを用いる最適配置もそれにほぼ等しいこと、またダブルインパルスを用いる最適配置では塑性化後の変形を抑制可能であることが分かる。Fig. 11 より、1 次モード最適配置では特定の層(ダンパー未設置層)に塑性変形が集中するが、ダブルインパルスによる最適配置では全層にわたって平滑化され、最大層間変形を小さく抑制可能であることが分かる。

9. 結論

弾塑性多層建物モデルの最大層間変形を対象に、ダブルインパルスの極限的入力タイミングに着目した粘性系ダンパーの最適配置アルゴリズムを提案した(極限外乱法+ダンパー最適配置)。結論は以下のようにまとめられる。

- 1) 弾塑性多層建物モデルにおけるインパルスの極限的入力タイミング(入力エネルギーを最大化するタイミング)の条件を導いた。
- 2) IDA の概念をダブルインパルスに拡張した DIP 解析を提案した。入力の振幅に応じて周期(インパルス時間間隔)を変動させ、常に極限的な入力を扱う。
- 3) 2つのアルゴリズムの組み合わせによるダンパー最適配置法を提案した。Algorithm 1 は塑性変形の大きな層へ集中的に減衰を付加し、Algorithm 2 は層間変形を一様に低減する。
- 4) 弾性建物に対して伝達関数の振幅を目的関数として展開されたダンパー配置法と比較し、弾塑性建物に対して高次モードも考慮可能なダブルインパルスを用いた提案手法の有効性を明らかにした。

参考文献

- [1] Domenico, D.D., Ricciardi, G., and Takewaki, I. (2019). Design strategies of viscous dampers for seismic protection of building structures: A review, *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 118, 144-165.
- [2] Drenick, RF. (1970). Model-free design of aseismic structures. *J Engrg Mech Div.*, ASCE, 96(4): 483-493.
- [3] Kojima, K., and Takewaki, I. (2015). Critical earthquake response of elastic-plastic structures under near-fault ground motions (Part 1), *Frontiers in Built Environment*, 1: 12.
- [4] Akehashi, H. and Takewaki I. (2019). Optimal viscous damper placement for elastic-plastic MDOF structures under critical double impulse. *Frontiers in Built Environment*, 5: 20.
- [5] Akehashi, H. and Takewaki, I. (2020). Comparative investigation on optimal viscous damper placement for elastic-plastic MDOF structures: Transfer function amplitude or double impulse. *Soil Dyn. Earthq. Eng.*, 130, 105987.
- [6] Takewaki, I. (1997). Optimal damper placement for minimum transfer functions. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, 26(11): 1113-1124.